

## ЛЕКЦИЯ-13

### Үштік интегралдың геометрия мен физикада қолданылуы

1. Көлемді есептеу. Егер көлемі бар дене берілсе, оның көлемі

$$V = \iiint_T dx dy dz \quad (1)$$

тең.

2. Массаны есептеу. Тығыздығы  $\rho(x, y, z)$  үзіліссіз функциясы болатын дененің массасы

$$m = \iiint_T \rho(x, y, z) dx dy dz \quad (2)$$

формуламен есептеледі.

3. Статикалық моменттер мен ауырлық центрінің координаталарын есептеу. Статикалық моменттер мына формулалармен есептеледі:

$$M_{yz} = \iiint_T x \rho dx dy dz, \quad M_{xz} = \iiint_T y \rho dx dy dz, \quad M_{xy} = \iiint_T z \rho dx dy dz \quad (3)$$

Ауырлық центрінің координаталары:

$$x_c = \frac{\iiint_T x \rho dx dy dz}{m}, \quad y_c = \frac{\iiint_T y \rho dx dy dz}{m}, \quad z_c = \frac{\iiint_T z \rho dx dy dz}{m} \quad (4)$$

Егер дене біртекті болса,  $\rho(x, y, z) = const$ , онда

$$x_c = \frac{\iiint_T x dx dy dz}{\iiint_T dx dy dz}, \quad y_c = \frac{\iiint_T y dx dy dz}{\iiint_T dx dy dz}, \quad z_c = \frac{\iiint_T z dx dy dz}{\iiint_T dx dy dz} \quad (5)$$

Координаталық өстерге қарай инерциялық моменттер

$$I_x = \iiint_T (y^2 + z^2) \rho dx dy dz, \quad I_y = \iiint_T (x^2 + z^2) \rho dx dy dz, \quad I_z = \iiint_T (x^2 + y^2) \rho dx dy dz \quad (6)$$

формулалармен есептеледі.

Координаталық жазықтықтарға қарай инерциялық моменттер:

$$J_{zy} = \iiint_T x^2 \rho dx dy dz, \quad J_{xz} = \iiint_T y^2 \rho dx dy dz,$$

$$J_{xy} = \iiint_T z^2 \rho dx dy dz$$

анықталады.